

**MĂDĂLINA CĂLĂRAȘU
CĂLINA-CRISTINA IRIMIE
VALERIA BUDUIANU**

**VIORICA BAIBARAC
ROZICA ȘTEFAN
OANA-DANA CIORĂNEANU**

MATEMATICĂ

**EXERCIȚII ȘI PROBLEME
pentru clasa a V-a**

Consultant:

Prof.univ.dr.mat.em. OCTAVIAN STĂNĂȘILĂ



NICULESCU

CUPRINS

<i>Teste predictive</i>	9
<i>Capitolul I. Numere naturale</i>	12
I.1. Operații cu numere naturale	12
I.1.1. Scrierea și citirea numerelor naturale. Reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări, estimări.....	12
I.1.2. Operații cu numere naturale. Adunarea și scăderea numerelor naturale.....	17
I.1.3. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietăți. Factor comun. Ordinea efectuării operațiilor.....	21
I.1.4. Ridicarea la putere cu exponent număr natural a unui număr natural. Compararea puterilor care au aceeași bază sau același exponent.....	24
I.1.5. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale.....	28
I.1.6. Împărțirea cu rest a numerelor naturale	31
I.1.7. Ordinea efectuării operațiilor	32
I.1.8. Media aritmetică a două numere naturale cu rezultat număr natural	35
I.1.9. Ecuatii și inecuații în mulțimea numerelor naturale. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	36
I.1.10. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor: metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers, metoda falsei ipoteze.....	39
I.2. Divizibilitatea numerelor naturale	43
I.2.1. Noțiunea de divizor, noțiunea de multiplu. Criterii de divizibilitate cu 2, 5 și 10	43
I.2.2. Criterii de divizibilitate cu 10^n , 3, 9 și 4. Numere prime, numere compuse	45
Teste de verificare	48
<i>Capitolul II. Frații ordinare. Frații zecimale</i>	52
II.1. Frații ordinare	52
II.1.1. Frații ordinare, echiunitare, subunitare, supraunitare	52
II.1.2. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural; procente.....	54

II.1.3. Frații echivalente. Amplificarea și simplificarea fracțiilor	56
II.1.4. Compararea fracțiilor cu același numărător/numitor	58
II.1.5. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare	61
II.1.6. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Frații ireductibile	63
II.1.7. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun	65
II.1.8. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare	67
II.1.9. Înmulțirea fracțiilor. Puteri. Împărțirea fracțiilor	74
II.1.10. Ordinea efectuării operațiilor. Număr rațional pozitiv	80
Teste de verificare	82
II.2. Frații zecimale	87
II.2.1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară	87
II.2.2. Aproximări la ordinul zecimilor/sutimilor. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale	90
II.2.3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule	92
II.2.4. Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule	96
II.2.5. Ridicarea la putere cu exponent număr natural a unei fracții zecimale care are un număr finit de zecimale nenule	100
II.2.6. Împărțirea a două numere naturale care are ca rezultat o fracție zecimală. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate	103
II.2.7. Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural nenul. Împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită. Împărțirea a două fracții zecimale finite	105
II.2.8. Transformarea unei fracții zecimale într-o fracție ordinară	108
II.2.9. Ordinea efectuării operațiilor cu fracții zecimale	110
II.2.10. Media aritmetică a două fracții zecimale finite	113
II.2.11. Ecuații și inecuații. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor	115
II.2.12. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare	118

II.2.13. Probleme de organizare a datelor	120
Teste de verificare.....	125
<i>Capitolul III Elemente de geometrie și unități de măsură</i>	<i>130</i>
III.1. Elemente de geometrie.....	130
III.1.1. Dreapta, segmentul de dreaptă, măsurarea unui segment de dreaptă.....	130
III.1.2. Unghiul, triunghiul, patrulaterul, cercul	133
III.1.3. Măsura unui unghi, unghiuri congruente, clasificări de unghiuri.....	136
III.1.4. Calcule cu măsuri de unghiuri.....	138
III.1.5. Simetria, axa de simetrie și translația.....	140
III.1.6. Cubul, paralelipipedul dreptunghic. Prezentare prin desen și desfășurare. Recunoașterea elementelor: vârfuri, muchii, fețe.....	143
Teste de verificare	146
III.2. Unități de măsură.....	148
III.2.1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre. Transformări.....	148
III.2.2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și a dreptunghiului. Transformări.....	150
III.2.3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și al paralelipipedului dreptunghic. Transformări	152
III.2.4. Unități de măsură pentru capacitate. Transformări	154
III.2.5. Unități de măsură pentru masă. Transformări	155
III.2.6. Unități de măsură pentru timp. Transformări.....	156
III.2.7. Unități monetare. Transformări.....	157
Teste de verificare	158
<i>Subiecte date la Olimpiada de matematică (etapa locală)</i>	<i>160</i>

RĂSPUNSURI

<i>Teste predictive</i>	<i>168</i>
<i>Capitolul I. Numere naturale</i>	<i>168</i>
<i>Capitolul II. Frații ordinare. Frații zecimale</i>	<i>175</i>
<i>Capitolul III. Elemente de geometrie și unități de măsură</i>	<i>188</i>
<i>Subiecte date la Olimpiada de matematică</i>	<i>191</i>

NUMERE NATURALE

I.1. Operații cu numere naturale

I.1.1. Scrierea și citirea numerelor naturale. Reprezentarea pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor. Aproximări. Estimări

De reținut!

- Scrierea numerelor naturale cu cifre arabe, în baza 10. Cifrele arabe sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Notații:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b$$

$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$$

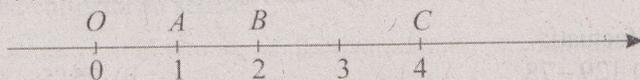
$$\overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d \text{ etc.}$$

(a, b, c, d – cifre)

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ = mulțimea numerelor naturale.

- **Definiție.** *Axa numerelor* este o dreaptă pe care se fixează o origine (0), un sens (de la stânga la dreapta) și o unitate de măsură. Fiecărui număr natural îi corespunde un punct pe dreaptă.

Exemplu: $O(0)$; $A(1)$; $B(2)$; $C(4)$



- Dintre două numere reprezentate pe axă, este mai mare cel situat mai la dreapta.

- **Definiție.** Numerele de forma $n, n+1, n+2$ se numesc *numere consecutive*.

Numărul $n+2$ este succesorul lui $n+1$ și numărul n este predecesorul lui $n+1$.

Exemplu:

Numerele consecutive: 11, 12, 13, 14.

Succesorul lui 13 este $14 = 13 + 1$.

Predecesorul lui 13 este $12 = 13 - 1$.

- **Definiție.** *Numerele pare* sunt numerele care au cifra unităților 0 sau 2 sau 4 sau 6 sau 8.

- **Definiție.** *Numerele impare* sunt numerele naturale care nu sunt pare, adică cele care au cifra unităților 1 sau 3 sau 5 sau 7 sau 9.

Exemple:

Numere pare: 130; 46; 358; 1044; 52.

Numere impare: 131; 47; 359; 1045; 53.

Observație: În general, un număr par este de forma: $2k$, $k =$ număr natural, iar un număr impar este de forma $2k + 1$, $k =$ număr natural.

■ În scrierea numerelor naturale se folosesc și cifre romane: I, V, X, L, C, D, M, care au următoarea semnificație:

I este corespondentul lui 1;

V este corespondentul lui 5;

X este corespondentul lui 10;

L este corespondentul lui 50;

C este corespondentul lui 100,

D este corespondentul lui 500,

M este corespondentul lui 1000.

Astfel, cu ajutorul cifrelor romane putem scrie numerele naturale:

15 = XV;

9 = IX;

7 = VII;

5 = V;

11 = XI;

4 = IV;

55 = LV;

40 = XL;

1151 = MCLI;

900 = CM.

• Dintre două numere naturale care au număr diferit de cifre este mai mare numărul care are mai multe cifre.

Exemple: $411 > 27$; $223 < 1123$.

• Dintre două numere naturale care au număr egal de cifre, comparăm cifrele de același ordin între ele, de la stânga la dreapta. Este mai mare numărul care are prima cifră mai mare.

Exemple: $512 < 609$ ($5 < 6$); $374 > 329$ ($3 = 3$; $7 > 2$).

Observație: Dintre două numere naturale, reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel reprezentat în dreapta celui alt.

Aproximările sunt: prin lipsă, prin adaos și prin rotunjire.

► **Definiție.** *Aproximarea prin lipsă* a unui număr natural la ordinul zecilor / sutelor etc. este cel mai mare număr natural format numai din zeci / sute etc., mai mic sau egal decât numărul dat.

- ▶ **Definiție.** *Aproximarea prin adaos* a unui număr natural la ordinul zecilor / sutelor etc. este cel mai mic număr natural format numai din zeci / sute etc., strict mai mare decât numărul dat.
- ▶ **Definiție.** *Rotunjirea* unui număr natural la ordinul zecilor / sutelor etc. este aproximarea la ordinul considerat, prin lipsă sau prin adaos, cea mai apropiată de numărul dat.

Exemplu:

NR.	Aproximarea la ordinul zecilor			Aproximarea la ordinul sutelor		
	Prin lipsă	Prin adaos	Rotunjire	Prin lipsă	Prin adaos	Rotunjire
1 745	1 740	1 750	1 750	1 700	1 800	1 700
281	280	290	280	200	300	300
9 372	9 370	9 380	9 370	9 300	9 400	9 400

Exerciții

1. Scrieți cu ajutorul cifrelor arabe numerele:

- a) opt mii trei;
- b) trei mii cincizeci și unu;
- c) două milioane șase sute de mii șaptezeci și doi.

2. Citiți numerele:

- a) 12 003; 4 071; 20 735; 1 435;
- b) 130; 42 007; 350 525; 1 703 007.

3. Scrieți cu cifre romane numerele:

- a) 5; 11; 15; 140;
- b) 26; 9; 99; 7; 35.

4. a) Scrieți cel mai mic număr natural par de 3 cifre distincte.

b) Scrieți cel mai mare număr natural impar de 3 cifre distincte.

c) Scrieți cel mai mare număr natural impar format din 2 cifre, cu suma cifrelor egală cu 7.

d) Scrieți trei numere naturale impare cu suma cifrelor 8.

e) Scrieți patru numere naturale pare cu produsul cifrelor 8.

f) Scrieți cel mai mare număr natural de patru cifre având suma cifrelor egală cu 20.

g) Scrieți cel mai mic număr natural de patru cifre cu suma cifrelor egală cu 5.

5. Aflați câte numere naturale sunt cuprinse între:

- a) 117 și 258;
- b) 40 și 63;
- c) 201 și 2014;
- d) 1473 și 2013.

20. a) Determinați cel mai mare număr natural cu cifre distincte două câte două, mai mic decât: 55 555.
 b) Determinați cel mai mic număr natural cu cifre distincte două câte două, mai mare decât: 55 555.
21. Ordonăți descrescător numerele de forma $\overline{2ab5}$, cu $a \neq b$, unde $a = 2b$.
22. Scrieți cel mai mic și cel mai mare număr natural de forma $\overline{x4yy}$, cu $x \neq y$, $x > 2$ și $y > 3$.
23. Fie numărul de forma: $a = \overline{123 \dots 2012 2013}$.
- a) Câte cifre are numărul a ?
 b) Care este cifra de pe poziția 2014?
24. Culegerea de matematică are 250 de pagini. De câte ori a fost folosită cifra 5 în numerotarea ei?
25. Dacă $x < y < z$ și x, y, z sunt cifre consecutive, câte numere de forma \overline{xyz} există?
26. Determinați câte numere de trei cifre distincte pare există.
27. Câte numere de trei cifre distincte există?
28. Determinați câte numere pare de trei cifre pot fi.
29. Determinați câte numere naturale \overline{abc} pot fi, dacă $a + b = 6$ și $c = 2a$.
30. Determinați câte numere naturale \overline{abc} pot fi, știind că a este cifră pară, iar a, b, c sunt cifre consecutive.
31. Câte numerele naturale sunt în șirul: 35; 36; 37; ...; 2 020?
32. Câte numerele naturale sunt în șirurile:
- a) 40; 42; 44; ...; 520;
 b) 35; 37; 39; ...; 745;
 c) 55; 60; 65; ...; 745.
33. O culegere de matematică are 137 de pagini. Câte cifre sunt necesare pentru a scrie numerele paginilor culegerii?
34. Pentru numerotarea paginilor unui album s-au folosit 402 cifre. Câte pagini are cartea?
35. Pentru numerotarea paginilor unui atlas s-au folosit 690 de cifre. Câte pagini are atlasul?
36. Câte numere de forma $\overline{45xyz}$ se pot scrie, știind că x, y, z pot lua valorile: 2, 5, 7, 9 și sunt distincte două câte două?
37. Câte numere de forma $\overline{x7yz}$ se pot scrie, știind că x, y, z pot lua numai valorile: 0, 1, 3, 5, 8, 9 și sunt distincte două câte două?
38. Scrieți cel mai mare și cel mai mic număr \overline{xyzr} dacă $x + z = 7$ și $y + r = 4$.
39. Scrieți cel mai mare și cel mai mic număr \overline{xyzr} dacă $x + y = 15$ și $z + r = 17$.
40. Determinați toate numerele naturale \overline{ab} dacă:
- a) $\overline{3ab} + \overline{3ba} = 677$; c) $\overline{abab} + \overline{baba} = 4\,444$;
 b) $\overline{aba} + \overline{bab} = 555$; d) $\overline{a00b} + \overline{b00a} = 7\,007$.

Teste de verificare

Testul 1 (Se acordă un punct din oficiu)

Varianta A

1. Scrieți:
 - (0,5p) a) predecesorul numărului 173;
 - (0,5p) b) răsturnatul numărului 173;
 - (0,5p) c) numărul obținut prin rotunjirea până la zeci a numărului 173.
2. a) Scrieți numărul natural cu 207 mai mare decât 648.
 (0,5p) b) Scrieți numărul natural de 4 ori mai mic decât 648.
3. Aflați x din egalitățile:
 - (0,75p) a) $x + 243 = 311$;
 - (0,75p) b) $174 + 258 - 2x = 14 \cdot 18$.
4. Calculați:
 - (0,75p) a) $683 + 6548$;
 - (0,75p) b) $23 + \{137 + [3152 - (248 + 579) - 12]\}$.
5. Fie cifrele: 0, 2, 3, 5.
 - (0,75p) a) Scrieți toate numerele de patru cifre distincte care se pot forma cu aceste cifre.
 - (0,75p) b) Ordonează descrescător numerele găsite.
- (1p) 6. Știind că suma a două numere naturale este 235, iar diferența lor este 69, aflați numerele.
- (1p) 7. Stabiliți dacă $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 45$ este par.

Varianta B

1. Scrieți:
 - (0,5p) a) predecesorul numărului 205;
 - (0,5p) b) răsturnatul numărului 205;
 - (0,5p) c) numărul obținut prin rotunjirea până la zeci a numărului 205.
2. a) Scrieți numărul natural cu 315 mai mare decât 438.
 (0,5p) b) Scrieți numărul natural de 5 ori mai mic decât 1305.
3. Aflați x din egalitățile:
 - (0,75p) a) $x + 174 = 238$;
 - (0,75p) b) $151 + 243 - 2x = 16 \cdot 26$.

4. Calculați:

(0,75p)

a) $783 + 5849$;

(0,75p)

b) $41 + \{172 + [4518 - (235 + 477) - 18]\}$.

5. Fie cifrele: 0, 4, 1, 7.

(0,75p)

a) Scrieți toate numerele de patru cifre destinate care se pot forma cu aceste cifre.

(0,75p)

b) Ordonăți descrescător numerele găsite.

(1p)

6. Știind că suma a două numere naturale este 241, iar diferența lor este 71, aflați numerele.

(1p)

7. Stabiliți dacă $n = 1 + 3 + 5 + \dots + 79$ este par.

Testul 2 (Se acordă un punct din oficiu)

Varianta A

(2p)

1. Calculați:

a) $173 \cdot 53 + 425 : 17 + 174$;

b) $24 + \{273 + [2481 - (135 + 139) \cdot 2 - 24]\}$.

(2p)

2. Aflați x din egalitățile:

a) $2x + (49 - 29) \cdot 2 + 83 \cdot 4 = 3825 : 85 + 1045$;

b) $x : (16 \cdot 2) + 2 \cdot (317 - 148) = 16 \cdot 2 + 34 \cdot 10$.

(3p)

3. Fie numerele:
 $a =$ numărul natural cu 24 mai mare decât cel mai mic număr de forma $\overline{x2x}$.

 $b =$ succesorul lui $\overline{x3xy}$, cu $2x + y = 7$, $y =$ impar, y fiind cea mai mare cifră cu proprietatea dată.

 $c =$ cel mai mare număr par de patru cifre distincte.

a) Determinați numerele.

b) Comparați numerele.

c) Rotunjiți la zeci suma celor trei numere.

(1p)

4. Suma a trei numere naturale este 230. Diferența primelor două numere este 132. Știind că al treilea este cu 8 mai mare decât primul număr, aflați cele trei numere.

(1p)

5. Stabiliți dacă: $n = 49 \cdot 1 + 49 \cdot 3 + \dots + 49 \cdot 999$ este un pătrat perfect.

Varianta B

1. Calculați:

- (1p) a) $149 \cdot 63 + 1316 : 28 + 234$;
 (1p) b) $35 + \{149 + [2215 - (143 + 74) \cdot 2 - 53]\}$.

2. Aflați x din egalitățile:

- (1p) a) $2x + (63 - 45) \cdot 2 + 77 \cdot 6 = 4736 : 74 + 980$;
 (1p) b) $x : (24 \cdot 3) + 3 \cdot (216 - 89) = 42 \cdot 3 + 51 \cdot 10$.

3. Fie numerele:

- a = numărul natural cu 32 mai mare decât cel mai mic număr de forma $\overline{xx2}$.
 b = succesorul lui $\overline{x4yx}$ cu $2x + y = 7$, y = impar, y fiind cea mai mare cifră cu proprietatea dată.
 c = cel mai mare număr impar de patru cifre distincte.

- (1p) a) Determinați numerele.
 (1p) b) Comparați numerele.
 (1p) c) Rotunjiți la zeci suma celor trei numere.

- (1p) **4.** Suma a trei numere naturale este 498. Diferența primelor două numere este 310. Știind că al treilea este cu 14 mai mare decât primul număr, aflați cele trei numere.

- (1p) **5.** Stabiliți dacă: $n = 36 \cdot 1 + 36 \cdot 3 + \dots + 36 \cdot 999$ este un pătrat perfect.

Testul 3 (Se acordă un punct din oficiu)

Varianta A

1. Calculați:

- (0,5p) a) $683 + 6549 - 6514$;
 (0,5p) b) $38 \cdot 56$;
 (0,5p) c) $143 \cdot 5 + 25 \cdot 16 - 35 \cdot 10$;
 (0,5p) d) $1320 + [48 \cdot 23 + (340 \cdot 11 - 60 \cdot 5) - 235 : 5]$.

2. Calculați:

- (0,5p) a) $2^4 + 203^2 + 0^{15} + 1^{2014}$;
 (0,5p) b) $2^8 \cdot 2^3 : 2^9$;
 (0,5p) c) $(3^6)^3 : 3^{17} \cdot 3^0$;